



一、考试性质、目的和对象

根据上海市教育委员会颁发的《上海市中等职业学校学生学业水平评价实施办法》（沪教委规〔2021〕7号）和相关文件的规定，本考试是以教育部2020年颁发的《中等职业学校数学课程标准》为依据的全市统一的中等职业学校数学课程学业水平考试。

上海市中等职业学校学业水平考试数学成绩是衡量学生完成数学课程规定课时后所达到的学业水平与高校招生录取的依据之一。成绩位次由高到低分为A+、A、B+、B、B-、C+、C、C-、D+、D、E，共五等11级。

考试对象为本市全日制中等职业学校在籍的学生（不含中高职贯通、五年一贯制、中本贯通、外招和成人中专等学生）。

二、考试目标

依据《中等职业学校数学课程标准（教育部，2020年）》规定的数学学科核心素养，确定如下具体考试目标。

1. 数学运算

能识别运算对象，理解和掌握运算法则，探究运算思路，选择运算方法，设计运算程序，求得运算结果。

2. 直观想象

能借助空间图形认识事物的位置关系、形态变化与运动规律；能利用图形描述和分析数学问题；能利用数与形的关系，构建数学问题的直观模型，探索解决问题的思路。

3. 逻辑推理

能进行从特殊到一般和从一般到特殊的推理，推理形式含归纳、类比和演绎。

4. 数学抽象

能借助于数量关系和位置关系，在具体情境中抽象出事物的本质特征和规律，形成数学概念和结论，并用数学语言来描述。

5. 数据分析

能通过收集数据、整理数据、提取信息、构建模型、数据计算、分析推断等获得结论。

6. 数学建模

能从实际情境中的问题出发，抽象出相关的数学模型，求解结论，验证结果，解决问题。

三、考试内容和要求

依据《中等职业学校数学课程标准（教育部，2020年）》，具体考试知识内容如下，学业质量要求按水平二。

课程内容		质量描述	
		水平一	水平二
1.基础知识	1.1 集合	<p>在熟悉的单一情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 能体会集合及其相关概念的抽象过程，体会数学语言表示集合； 会判断元素与集合、集合与集合之间的关系； 会进行集合间的交、并运算，知道集合的补集。 	<p>在熟悉的关联情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 达到水平一的 1—3； 会运用集合包含关系的传递性判断两个集合的关系；会进行集合的补运算。
	1.2 不等式	<p>在熟悉的单一情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 能用作差比较法判断两个数（式）的大小；知道不等式的基本性质； 会在数轴上表示区间，能直观认识数轴上实数绝对值的几何意义； 能求解含绝对值的不等式 $ax + b < c$ 和 $ax + b > c (c > 0)$； 会借助二次函数的图像和一元二次方程的根，求解一元二次不等式； 会通过数学建模，解决与一元二次不等式有关的简单实际问题。 	<p>在熟悉的关联情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 达到水平一的 1—5； 会运用不等式的性质进行简单的推理； 能认识一元二次不等式与二次函数、一元二次方程之间的关系，并会根据三者之间的关系解决有关的数学问题。
	1.3 充要条件 *	<p>在熟悉的单一情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 通过条件与结论间的关系，知道条件与结论之间的充分性和必要性。* 	<p>在熟悉的关联情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 达到水平一的 1；* 能感知用充分必要条件进行逻辑推理的过程。*

课程内容		质量描述	
		水平一	水平二
2.函数	2.1 函数	<p>在熟悉的单一情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 能体会变量之间对应关系的抽象过程，会用集合语言描述函数及有关概念； 2. 会求函数的定义域，会根据对应法则求函数值； 3. 会运用恰当的方法(解析法、列表法、图像法)表示函数； 4. 会借助函数图像判断函数的单调性和奇偶性； 5. 能通过数学建模，解决简单的与分段函数有关的实际问题。 	<p>在熟悉的关联情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 达到水平一的 1—5； 2. 会用定义证明函数的单调性和奇偶性； 3. 会用函数的单调性和奇偶性描述函数的图像特征，对函数的性质进行推理和证明。 4. 能通过数学建模，解决与二次函数有关的实际问题。
	2.2 指数函数与对数函数	<p>在熟悉的单一情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 能体会指数从正整数推广到有理数实数的过程，知道实数指数幂的运算； 2. 借助几何直观和代数运算认识指数函数，知道指数函数的定义及性质；会用指数函数的单调性比较同底指数幂的大小； 3. 会用对数的定义进行指数式与对数式的互化； 4. 能借助几何直观和代数运算认识对数函数，知道对数函数的定义及性质；会用对数函数的单调性比较同底对数值的大小； 5. 会用计算工具求指数幂和对数值。 	<p>在熟悉的关联情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 达到水平一的 1—5； 2. 根据对数的性质和运算法则进行对数运算； 3. 会用指数函数、对数函数的图像和性质解决问题； 4. 能通过数学建模，解决简单的与指数函数或对数函数有关的实际问题。

课程内容	质量描述	
	水平一	水平二
2.3 三角函数	<p>在熟悉的单一情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 知道推广角的意义和任意角所在的象限，能识别终边相同的角； 2. 知道引入弧度制的意义，会进行角度与弧度的换算； 3. 会根据任意角的三角函数(正弦、余弦和正切)定义，判断角的三角函数值的符号； 4. 会根据三角函数的定义或借助单位圆，推导同角三角函数的平方关系和商数关系，能进行有关的化简和计算；知道诱导公式在三角函数求值与化简中的作用； 5. 会借助代数运算与几何直观，认识正弦函数、余弦函数的图像与性质；知道运用“五点法”可以画出正弦函数、余弦函数在一个周期上的简图； 6. 知道特殊的三角函数值与 $[0, 2\pi]$ 范围内角的对应关系； 7. 会用计算工具进行有关的三角计算。 	<p>在熟悉的关联情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 达到水平一的 1—7； 2. 知道弧度制下弧长公式和扇形面积公式的推导过程，并会进行有关的计算； 3. 能运用“五点法”画出正弦函数、余弦函数在一个周期上的简图； 4. 会根据三角函数值，求出指定范围内的角。
2.4 三角计算	<p>在熟悉的单一情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 知道正弦型函数与正弦函数之间的关系；知道用“五点法”画正弦型函数在一个周期上的简图的过程； 2. 知道正弦定理和余弦定理的推导过程，知道它们在解三角形中的作用。 	<p>在熟悉的关联情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 达到水平一的 1—2； 2. 能根据正弦型函数的图像领会其性质，会用“五点法”画正弦型函数在一个周期上的简图； 3. 会用正弦定理和余弦定理解三角形； 4. 能通过数学建模，解决简单的与三角计算有关的实际问题。

课程内容	质量描述	
	水平一	水平二
2.5 数列	<p>在熟悉的单一情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 能体会数列及有关概念的抽象过程；会抽象数列前几项的特征，推出满足条件的一个通项公式，会用通项公式求数列的某一项； 2. 能体会等差数列及有关概念的抽象过程，知道等差数列通项公式的归纳过程和前 n 项和公式的推导过程；能直接利用等差数列的通项公式和前 n 项和公式进行简单的计算； 3. 能体会等比数列及有关概念的抽象过程，了解等比数列通项公式的归纳过程和前 n 项和公式的推导过程；能直接利用等比数列的通项公式和前 n 项和公式进行简单的计算。 	<p>在熟悉的关联情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 达到水平一的 1—3； 2. 会推导等差数列、等比数列的前 n 项和公式； 3. 能通过数学建模，解决简单的与等差数列、等比数列有关的实际问题。



更多 **考试干货** 
 请扫描右方二维码关注公众号
 微信可免费政策答疑



课程内容		质量描述	
		水平一	水平二
3. 几何与代数	3.1 直线与圆的方程	<p>在熟悉的单一情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 体会在直角坐标系中推导两点间的距离公式和线段的中点坐标公式的过程，能计算两点间的距离和线段的中点坐标； 2. 会借助几何直观认识直线的倾斜角，能根据条件计算直线的斜率； 3. 能求直线的点斜式、斜截式和一般式方程； 4. 会判断平面内两条直线的位置关系，能求两条直线的交点坐标，知道点到直线的距离公式； 5. 会借助几何直观认识圆的要素，能根据圆心和半径写出圆的标准方程，会根据圆的方程求圆心和圆的半径； 6. 会根据圆心到直线的距离判断直线与圆的位置关系。 	<p>在熟悉的关联情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 达到水平一的 1—6； 2. 能将直线方程的点斜式、斜截式和一般式进行相转化； 3. 会用待定系数法求与已知直线平行(或垂直)的直线方程；会求点到直线的距离； 4. 会用待定系数法求圆的标准方程和一般方程，会根据圆的方程求圆心和半径； 5. 会求圆的切线方程； 6. 会求直线与圆的相交弦长； 7. 能通过数学建模，解决与直线方程和圆的方程有关的实际问题。
	3.2 简单几何体	<p>在熟悉的单一情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 会由实物抽象出简单几何图形，会根据简单图形想象实物的形状； 2. 能画出简单几何体的三视图； 3. 会通过实物观察和直观想象感知水平放置的平面几何图形的直观图，会用斜二测法画出简单几何体的直观图； 4. 会求直棱柱、正棱锥、圆柱、圆锥球的表面积； 5. 会求柱、锥、球的体积。 	<p>在熟悉的关联情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 达到水平一的 1—5； 2. 能根据三视图绘制简单几何体的直观图； 3. 会推导直棱柱、正棱锥的侧面积公式。

课程内容	质量描述	
	水平一	水平二
3.3 平面 向量	<p>在熟悉的单一情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 能体会向量及有关概念的抽象过程，知道有向线段可以表示向量； 2. 会判定两个非零向量是否平行； 3. 知道两个向量的内积与向量内积的性质及几何应用；* 4. 会用直角坐标表示向量；会用向量的坐标形式判定两个向量平行或垂直。 	<p>在熟悉的关联情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 达到水平一的 1—4； 2. 会计算两个向量的内积，知道用向量的内积判定两个向量是否垂直。*
3.4 圆锥 曲线 *	<p>在熟悉的单一情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 会借助几何直观感知椭圆的定义及有关概念，会根据条件求椭圆标准方程；知道利用椭圆标准方程分析椭圆的几何特征的过程；* 2. 会借助几何直观感知抛物线的定义及有关概念，会根据条件求抛物线标准方程；知道利用抛物线标准方程分析抛物线的几何特征的过程。* 	<p>在熟悉的关联情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 达到水平一的 1—2；* 2. 会用椭圆标准方程分析椭圆的几何特征，会用椭圆的图像和性质解决有关问题；* 3. 会用抛物线标准方程分析抛物线的几何特征，会用抛物线的图像和性质解决有关问题；* 4. 会判断直线与椭圆或抛物线的位置关系，能运用他们的几何性质求解有关问题。*
3.6 复数	<p>在熟悉的单一情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 能体会虚数单位引入的必要性，知道复数及有关概念，知道复平面内复数的几何意义，会求复数的模，会求一个复数的实部、虚部，能描述一个复数表示实数、纯虚数的条件，会判断两个复数是否相等、是否互为共轭复数； 2. 会对两个复数做加法、减法和乘法运算，知道复数加法和减法的几何意义。 	<p>在熟悉的关联情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 达到水平一的 1—2； 2. 会在复数范围内求解实系数一元二次方程。

课程内容		质量描述	
		水平一	水平二
4. 概率与统计	4.1 概率与统计初步	<p>在熟悉的单一情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 会判断随机事件； 2. 会判断随机事件中的基本事件和古典概型，会求简单随机事件的古典概率； 3. 能用加法公式计算互斥事件的概率；* 4. 会在实际的统计问题中，认识总体、个体、样本和样本容量等概念，会做简单随机抽样、系统抽样和分层抽样； 5. 会对抽样数据进行分析，能用方差公式及计算工具求样本的方差和标准差； 6. 会绘制频率分布表和频率直方图。 	<p>在熟悉的关联情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 达到水平一的 1—6； 2. 能抽象互斥事件的特征；* 3. 能辨识简单随机抽样、系统抽样和分层抽样的联系与区别，会根据实际需要选择恰当的抽样方法； 4. 知道统计图表的特征及选用方法。
	4.2 排列组合	<p>在熟悉的单一情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 会用两个计数原理计算完成一件事的方法总数； 2. 在排列问题中会用排列数公式进行计算； 3. 在组合问题中会用组合数公式进行计算，会用组合数的性质进行组合数的化简； 	<p>在熟悉的关联情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 达到水平一的 1—3； 2. 会通过数学建模，解决简单的与排列组合有关的概率计算等实际问题；
	4.3 统计	<p>在熟悉的单一情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 能体会由样本特征推断总体特征的过程，知道通过样本的数据可以估计总体的特性； 2. 能感知两个变量之间的线性相关关系；* 3. 会借助计算机软件求出简单的回归直线方程。* 	<p>在熟悉的关联情境中：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 达到水平一的 1—3；* 2. 会用一元线性回归模型进行有关问题的预测。*

1. 2023 年暂不考标注*号的内容

2. 试卷中会提供以下定理或公式供考生参考:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$V_{\text{柱}} = S \cdot h$$

$$V_{\text{锥}} = \frac{1}{3} S \cdot h$$

$$V_{\text{球}} = \frac{4\pi}{3} R^3$$

$$S_{\text{等差}} = na_1 + \frac{1}{2}n(n-1)d$$

$$S_{\text{等比}} = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} (q \neq 1)$$

四、试卷结构及相关说明

(一) 试卷结构

1. 试卷题型结构

题型	题量	每题分值	总分值
选择题一	28 题	2 分	56 分
选择题二	7 题	3 分	21 分
填空题	4 题	2 分	8 分
解答题	2 题	6~9 分	15 分
合计	41 题		100 分

2. 试卷知识内容结构

知识内容	分值
基础知识	约 12
函数	约 43
几何与代数	约 35
概率与统计	约 10

(二) 相关说明

1. 考试形式: 闭卷笔试。

2. 考试时间: 100 分钟。

3. 试卷分值: 满分 100 分。

4. 携带计算器的规定: 参照沪教考院高招[2002]38 号文件: “对带入考场的计算器品牌和型号不作规定, 但附带计算器功能的无线通讯工具、记忆存储等设备和附带无线通讯功能、记忆存储功能、具有图像功能的计算器不得带入考场。”

五、样题

样题仅用于说明考试的考试目标及题型, 并不完全代表正式考试的试题形式、内容、难度等。

【例 1】已知集合 $A = \{2, 3\}$, $B = \{3, 5\}$, 那么 $A \cap B =$

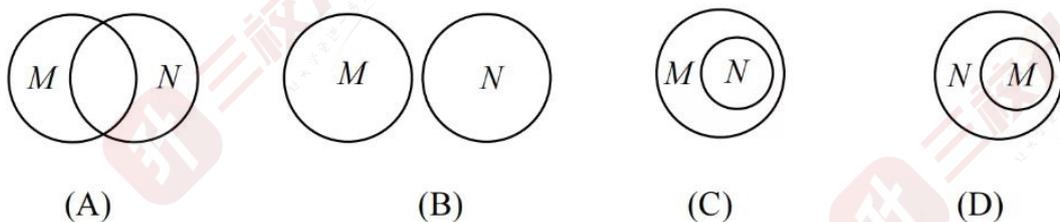
- (A) $\{2\}$ (B) $\{3\}$ (C) $\{5\}$ (D) $\{2, 5\}$

【正确选项】B

【考试目标】数学运算, 逻辑推理

【考试内容】基础知识/集合/集合的基本运算(交、并、补)

【例 2】某职校街舞社团共有 26 名学生, 若这 26 名学生组成的集合记为 M , 该社团内的 16 名男生组成的集合记为 N , 则下列文氏图能正确表示集合 M 与集合 N 之间关系的是



【正确选项】C

【考试目标】数学抽象, 逻辑推理, 数学建模

【考试内容】基础知识/集合/集合的概念与表示

【例 3】如果用如图 1 所示的红外体温计测量体温, 显示的读数为 36.2°C . 已知该体温计测量精度为 $\pm 0.3^\circ\text{C}$, 表示其真实体温 x ($^\circ\text{C}$) 的范围为 $35.9 \leq x \leq 36.5$, 则该体温范围可用绝对值不等式表示为

- (A) $|x - 36.2| \leq 0.3$ (B) $|x - 36.2| \geq 0.3$
(C) $|x - 0.3| \leq 36.2$ (D) $|x - 0.3| \geq 36.2$

【正确选项】A

【考试目标】数学抽象, 数学建模

【考试内容】基础知识/不等式/不等式的应用

【例 4】图 2 是 2016 年 11 月 27 日上海市徐家汇地区 6-18 时的气温变化图, 则该地区当日在该时段内的最高气温可能是

- (A) 6°C (B) 7.5°C
(C) 10°C (D) 12.5°C

【正确选项】D

【考试目标】直观想象, 数学建模

【考试内容】函数/函数/函数的性质

【例 5】表 1 表示“十二五”期间上海市教育和科学技术研究与试验发展经费支出 $f(x)$ (亿元) 与年份 x 之间的对应关系, 则 2015 年的经费支出比 2014 年的经费支出多了



图 1

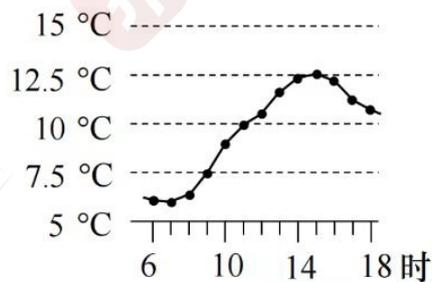


图 2

表 1

x	2011	2012	2013	2014	2015
$f(x)$	597.71	679.46	776.78	861.95	925.00

- (A) 63.05 亿元 (B) 81.75 亿元 (C) 85.17 亿元 (D) 97.32 亿元

【正确选项】A

【考试目标】数学运算，数学建模

【考试内容】函数/函数/函数的表示方法（列表法）

【例 6】已知 $\alpha = 200^\circ$ ，那么 α 是

- (A) 第一象限角 (B) 第二象限角 (C) 第三象限角 (D) 第四象限角

【正确选项】C

【考试目标】逻辑推理

【考试内容】函数/三角函数/角的概念的推广

【例 7】在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 的顶点在坐标原点，始边与 x 轴正半轴重合，若其终边经过点 $P(1, \sqrt{3})$ ，则 $\tan \alpha =$

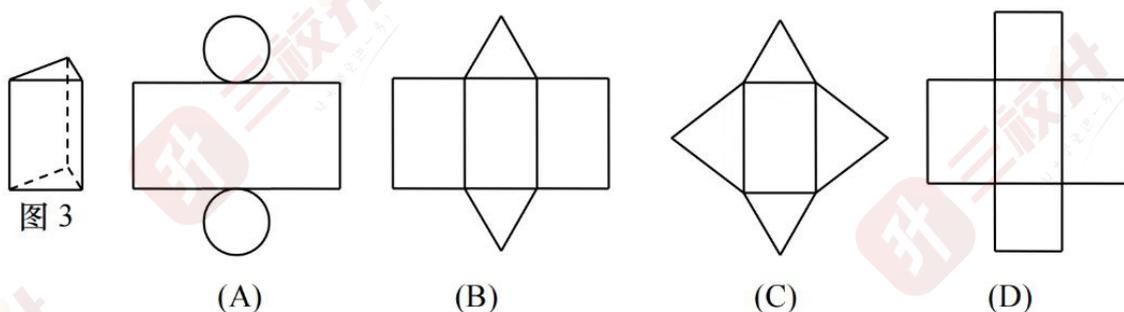
- (A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\sqrt{3}$

【正确选项】D

【考试目标】数学运算，逻辑推理

【考试内容】函数/三角函数/任意角的三角比

【例 8】图 3 所示的正三棱柱的表面展开图可以为



【正确选项】B

【考试目标】直观想象

【考试内容】几何与代数/空间几何体/简单几何体的表面积和体积

【例 9】过点 $A(1,5)$ 且与直线 $y = 3x + 1$ 平行的直线方程为

- (A) $y = 3x + 2$ (B) $y = 2x + 3$ (C) $y = 3x + 3$ (D) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{16}{3}$

【正确选项】A

【考试目标】逻辑推理

【考试内容】几何与代数/直线与圆/两条直线的位置关系

【例 10】已知直角坐标平面内的 A 、 B 两点的坐标分别为 $A(2,1)$ 、 $B(3,2)$ ，那么向量 $\overline{AB} =$

- (A) $(-1,-1)$ (B) $(5,3)$ (C) $(3,5)$ (D) $(1,1)$

【正确选项】D

【考试目标】数学运算，逻辑推理

【考试内容】几何与代数/平面向量与矩阵/向量的坐标表示及线性运算

【例 11】某西餐厅提供有 39 元的下午茶套餐 (如图 4)，此套餐可从 7 款茶点和 6 款饮料中任选一款茶点和一款饮料，则该套餐不同搭配的种数最多是

- (A) 6 (B) 7
(C) 13 (D) 42

【正确选项】D

【考试目标】数学建模，数学运算

【考试内容】概率与统计/排列组合/排列组合应用问题

欢乐 6 套 39 元

—— 茶点 ——

牛奶焦糖法式芭菲	巧克力法式芭菲
香草手指泡芙	经典提拉米苏
嫩牛香酥卷	New 美式大薯格
抹茶雪域蛋糕	

—— 饮料 (可免费续) ——

卡布奇诺 (热)	摩卡 (热)
New 布朗尼玛奇朵	拿铁 (热)
竹蔗茅根马蹄饮	New 桂香雪梨金桔茶

一款茶点 + 一款饮料

图 4

【例 12】如图 5 所示， A 、 B 、 C 分别是位于外白渡桥、上海国际会议中心、东方明珠的三个观测点。现测得 B 与 C 之间的距离为 316 m， $\angle B = 133^\circ$ ， $\angle C = 34^\circ$ ，则 A 与 C 之间的距离为 (精确到 1m)

- (A) 约 242 m (B) 约 413 m
(C) 约 786 m (D) 约 1027 m

【正确选项】D

【考试目标】数学运算，数学建模

【考试内容】函数/三角计算/正弦定理与余弦定理

【例 13】若图 6 是下列选项中某个函数的图像的一部分，则该函数的解析式是

- (A) $y = 3^x$ (B) $y = (\frac{1}{3})^x$
(C) $y = 3x + 1$ (D) $y = x^2 + 2$

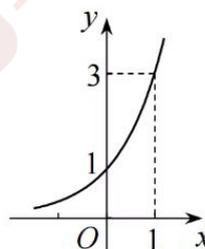


图 6

【正确选项】A

【考试目标】直观想象，逻辑推理

【考试内容】函数/指数函数与对数函数/指数函数的图像和性质

填空题

【例 1】已知 i 为虚数单位，计算： $(1+i)(i+2) =$ _____.

【参考答案】 $1+3i$

【考试目标】数学运算

【考试内容】几何与代数/复数/复数的运算

【例 2】哥德巴赫猜想：“每个大于 2 的偶数可以表示为两个素数之和”，如 $8=3+5$ ， $20=7+13$ ．若在不大于 13 的六个素数（即 2, 3, 5, 7, 11, 13）中，随机选取两个不同的素数，则其和为偶数的概率是_____．（结果用最简分数表示）

【参考答案】 $\frac{2}{3}$

【考试目标】数学建模，数学运算，逻辑推理

【考试内容】概率与统计/概率与统计初步/古典概型

【例 3】若根据表 2 中的体重和身高数据进行一元线性回归，则体重 y (kg) 对身高 x (cm) 的回归方程是_____．（回归系数保留 4 位小数）

表 2

身高 x /cm	172	150	170	165	180
体重 y /kg	63	56	70	55	68

【参考答案】 $y = -12.7137 + 0.4487x$

【考试目标】数学建模，数学运算，数据分析

【考试内容】概率与统计/统计/一元线性回归

解答题

【例 1】已知同一温度的摄氏温标读数 y ($^{\circ}\text{C}$) 与华氏温标读数 x ($^{\circ}\text{F}$) 之间是一次函数的关系．如图 7 所示的温度计上同时标注摄氏温度 ($^{\circ}\text{C}$) 与华氏温度 ($^{\circ}\text{F}$) 的刻度，表 3 给出摄氏温度 ($^{\circ}\text{C}$) 与华氏温度 ($^{\circ}\text{F}$) 的两组对应数据：

表 3

华氏温度 x ($^{\circ}\text{F}$)	32	122
摄氏温度 y ($^{\circ}\text{C}$)	0	50



图 7

(1) 试求 y 关于 x 的函数解析式；（不需要写出定义域）

(2) 小杰同学坐飞机两天后到达美国的 S 市交流学习．天气预报报告抵达美国 S 市当天气温在 $54^{\circ}\text{F} \sim 72^{\circ}\text{F}$ 之间，试用摄氏温度表示该气温范围．（结果四舍五入保留整数）

【参考答案】(1) 设 $y = kx + b$ ，将点 $(32, 0)$ 、 $(122, 50)$ 坐标代入上式，

$$\text{有} \begin{cases} 0 = 32k + b, \\ 50 = 122k + b, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} b = -\frac{160}{9}, \\ k = \frac{5}{9}. \end{cases}$$

所求函数解析式为 $y = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9}$.

(2) 当 $x = 54$ 时, $y = \frac{5}{9} \times 54 - \frac{160}{9} \approx 12$.

当 $x = 72$ 时, $y = \frac{5}{9} \times 72 - \frac{160}{9} \approx 22$.

所以, 该气温范围用摄氏温度表示为 $12^\circ\text{C} \sim 22^\circ\text{C}$.

【考试目标】(1) 数学运算, 数学建模 (2) 数学运算

【考试内容】(1) 函数/函数/函数关系的建立

(2) 函数/函数/函数的应用

【例 2】 已知圆 $C: (x-1)^2 + y^2 = 1$, 设直线 $l: x + my - 2m = 0$ (m 为常数, $m \in \mathbf{R}$).

(1) 若直线 l 经过圆 C 的圆心, 求直线 l 的方程;

(2) 是否存在常数 m , 使得直线 l 与圆 C 相切? 若存在, 求 m 的值; 若不存在, 请说明理由.

【参考答案】(1) 圆 $C: (x-1)^2 + y^2 = 1$, 圆心 C 坐标为 $(1, 0)$.

直线 l 经过圆心 C , 故 $1 + m \cdot 0 - 2m = 0$, 解得 $m = \frac{1}{2}$.

故直线 l 的方程为 $x + \frac{1}{2}y - 1 = 0$, 即 $2x + y - 2 = 0$.

(2) 假设直线 l 与圆 C 相切, 则圆心 C 到直线 l 的距离等于圆 C 的半径 1,

即 $\frac{|1 - 2m|}{\sqrt{1 + m^2}} = 1$.

整理得 $1 - 4m + 4m^2 = 1 + m^2$, 即 $3m^2 - 4m = 0$, 解得 $m = 0$ 或 $m = \frac{4}{3}$.

故存在常数 $m = 0$ 或 $m = \frac{4}{3}$, 使得直线 l 与圆 C 相切.

【考试目标】(1) 数学运算, 逻辑推理 (2) 数学运算, 逻辑推理

【考试内容】(1) 几何与代数/直线与圆的方程/圆的标准方程

(2) 几何与代数/直线与圆的方程/直线与圆的位置关系

【例 3】 弹奏钢琴时, 钢琴所发出琴音的高低由琴弦振动的频率决定, 而琴弦振动的频率与琴弦的长度有关.

(1) 从左往右逐个试弹某钢琴的琴键, 将依次得到的第 n 个琴音的频率 (单位: 赫兹) 记为 a_n ($n \leq 88$, $n \in \mathbf{N}^*$). 已知 $a_1 = 27.5$, 且从第二个琴音起, 每一个琴音的频率与前一个琴音的频率之比都是 $2^{\frac{1}{12}}$, 求第 25 个琴音的频率;

(2) 某钢琴从左至右的前 20 根琴弦损坏需要更换, 将从左往右的第 m 根琴弦的长度 (单位: 米) 记为 b_m ($m \leq 20$, $m \in \mathbf{N}^*$), 已知 $b_m = 1.5 \times 0.944^{m-1}$, 求该钢琴需要更换的这 20 根琴弦的总长度. (结果精确到 0.001 米)

【参考答案】(1) 由题意, 数列 $\{a_n\} (n \leq 88, n \in \mathbf{N}^*)$ 是首项为 27.5,

公比为 $2^{\frac{1}{12}}$ 的等比数列,

$$\text{因此 } a_{25} = 27.5 \times \left(2^{\frac{1}{12}}\right)^{25-1} = 110.$$

答: 第 25 个琴音的频率为 110 赫兹.

(2) 由 $b_m = 1.5 \times 0.944^{m-1}$ ($m \leq 20, m \in \mathbf{N}^*$), 得 $b_1 = 1.5$,

且 $\frac{b_{m+1}}{b_m} = 0.944$ ($m \leq 19, m \in \mathbf{N}^*$), 因此数列 $\{b_m\}$ ($m \leq 20, m \in \mathbf{N}^*$) 是首项为 1.5,

公比为 0.944 的等比数列.

设数列 $\{b_m\}$ 的前 m 项和为 S_m ($m \leq 20, m \in \mathbf{N}^*$),

$$S_{20} = \frac{1.5(1-0.944^{20})}{1-0.944} \approx 18.326.$$

答: 该钢琴需更换的这 20 根琴弦的总长度约为 18.326 米.

【考试目标】(1) 数学建模, 数学运算 (2) 数学建模, 数学运算

【考试内容】(1) 函数/数列/等比数列的通项公式

(2) 函数/数列/等比数列的前 n 项和公式



更多 考试干货

请扫描右方二维码关注公众号
微信可免费政策答疑

